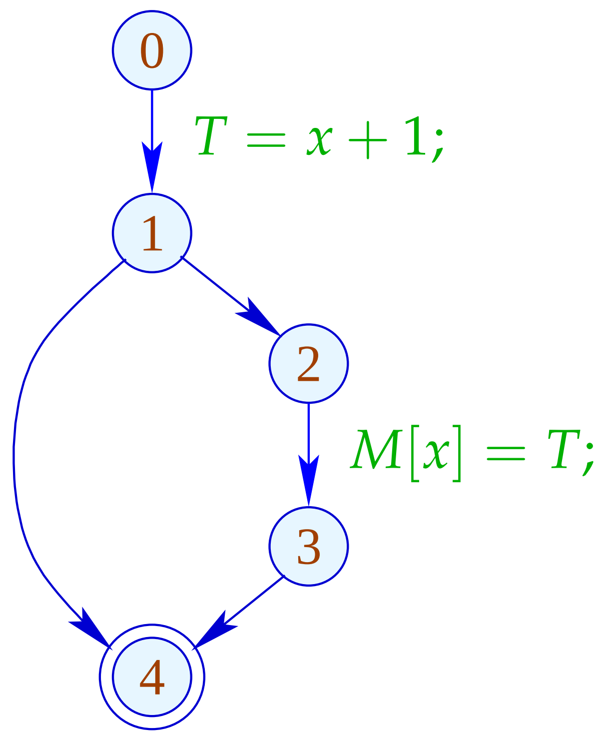
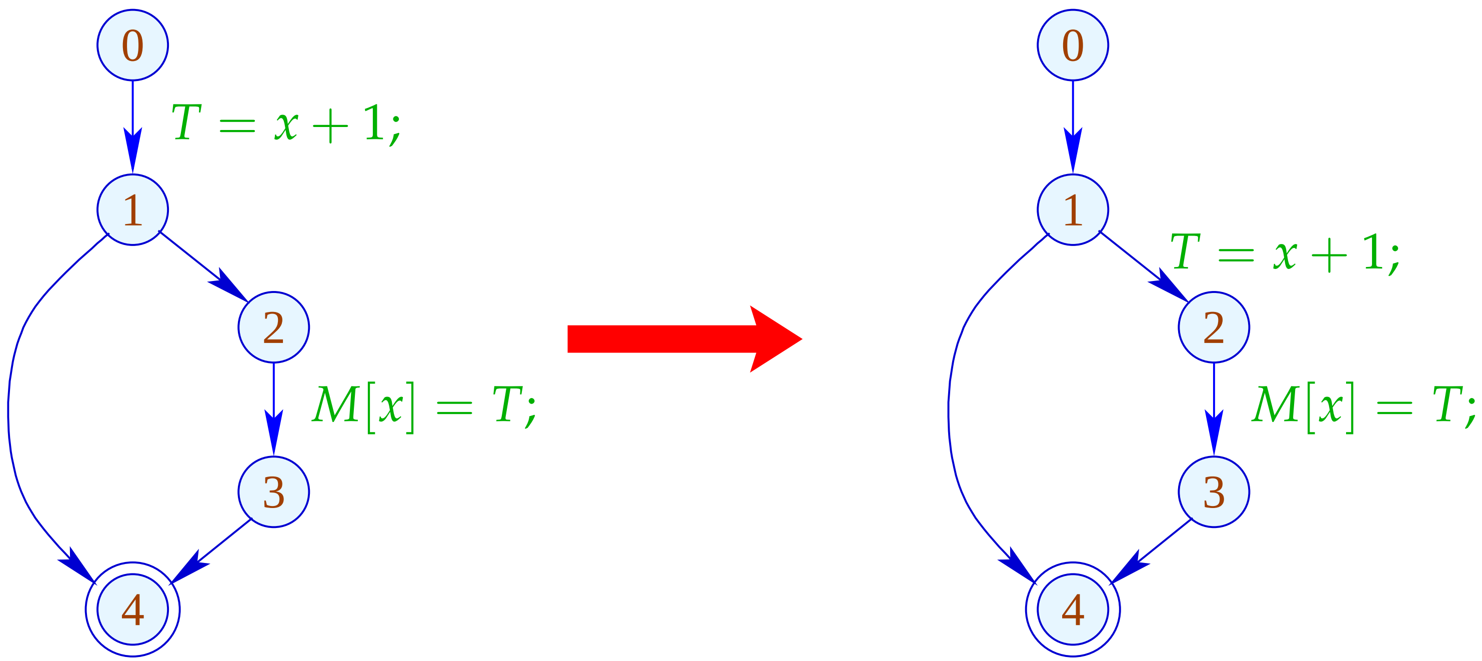
1.9 Beseitigung partiell toten Codes

Beispiel:



$x + 1$ muss nur auf einem der Pfade berechnet werden ;-(

Idee:



Problem:

- Die Definition $T_e = e;$ darf nur dorthin geschoben werden, wo sie eh verfügbar ist ;-)
- Die Definition darf muss weiterhin für Benutzungen zur Verfügung stehen ;-)

$$\Longrightarrow$$

Wir schieben sie an den Anfang einer Kante (u, lab, v) mit:

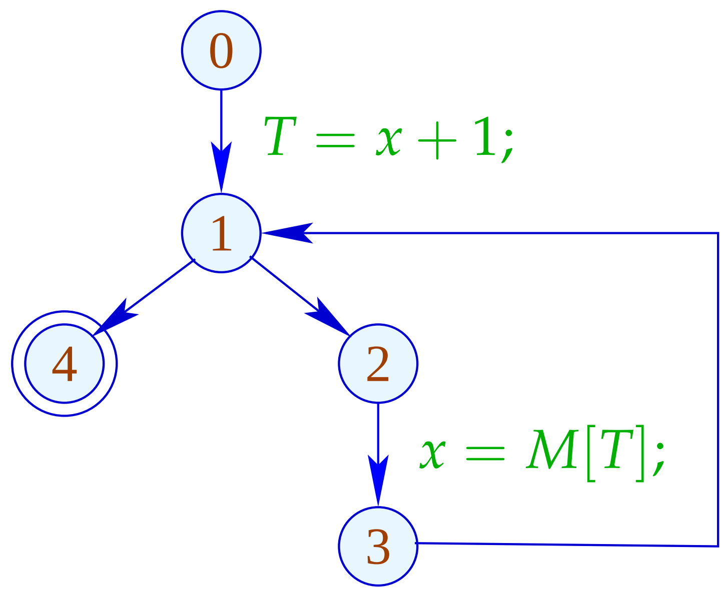
1. $e \in \mathcal{A}[u]$; und
2. $e \notin \mathcal{A}[v] \quad \vee \quad T_e \in \mathit{Use}(lab)$

Dabei ist:

lab	Use
$;$	$\emptyset$
$\mathrm{Pos}(e)$	$Vars(e)$
$\mathrm{Neg}(e)$	$Vars(e)$
$T_e = e;$	$Vars(e)$
$x = R;$	$\{R\}$
$x = M[R];$	$\{R\}$
$M[R] = x;$	$\{x, R\}$

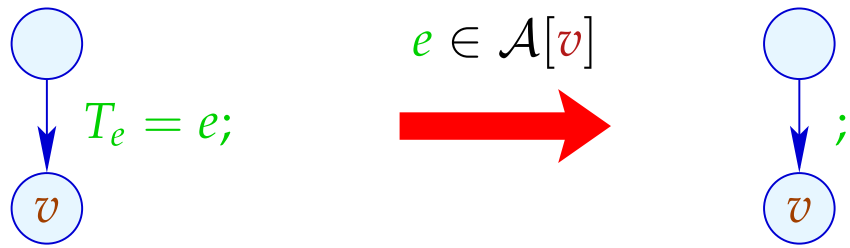
Achtung:

Wir können $T_e = e;$ nur verschieben, falls e am Ende der Kante verfügbar ist:

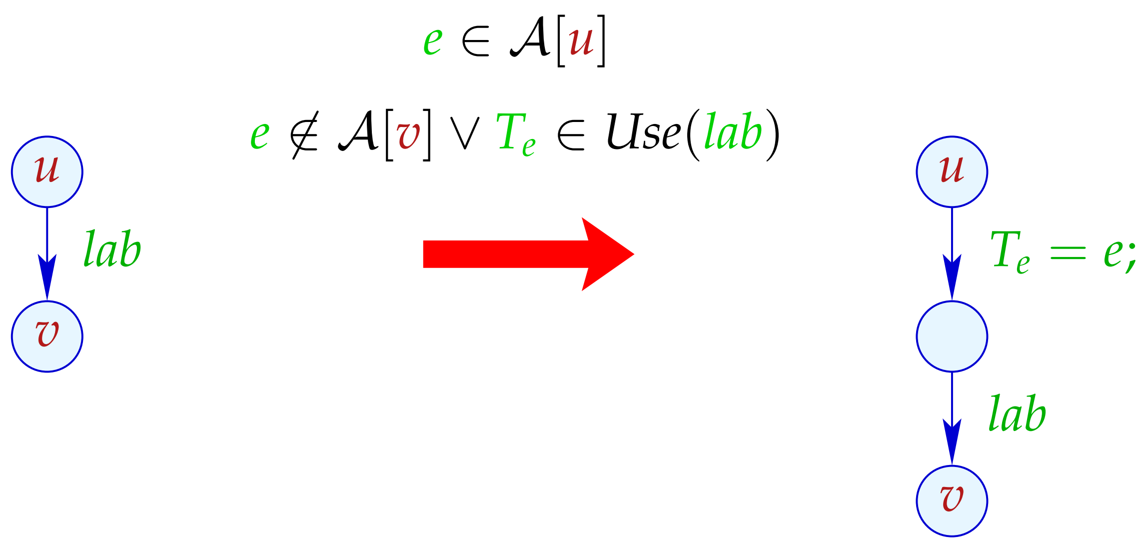


Offenbar ist $x + 1$ nicht an 1 verfügbar, darf also nicht verschoben werden !!!

Transformation 8.1:



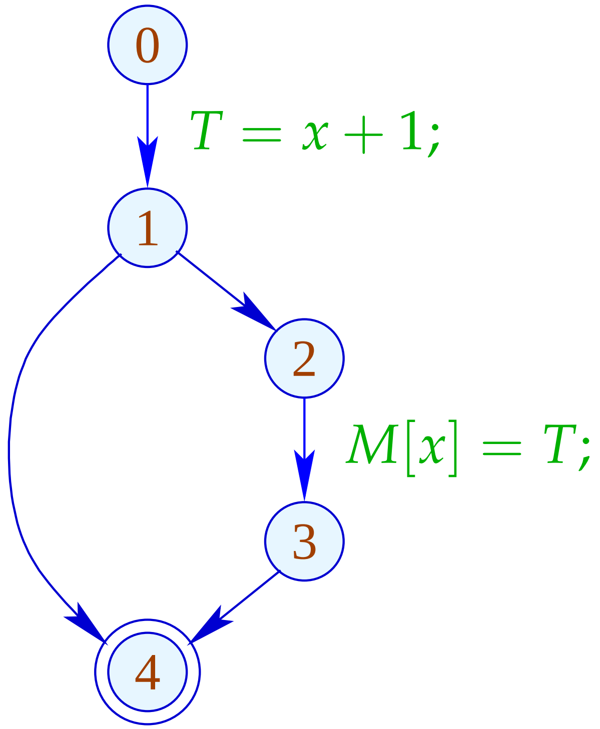
Transformation 8.2:



Beachte:

Die Transformation T8 ist nur sinnvoll, nachdem T1 gemacht wurde.

Im Beispiel beseitigt sie den partiell toten Code:

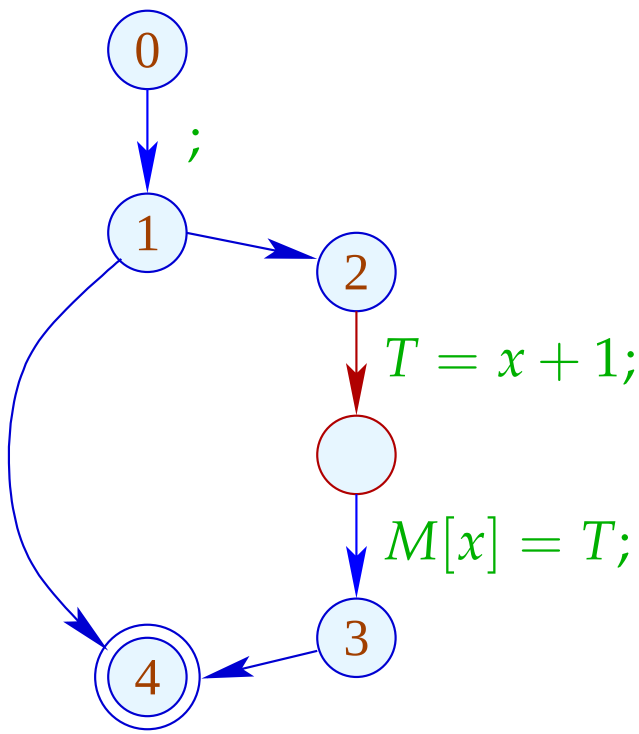


	$\mathcal{A}$
0	$\emptyset$
1	$\{x + 1\}$
2	$\{x + 1\}$
3	$\{x + 1\}$
4	$\{x + 1\}$

Beachte:

Die Transformation T8 ist nur sinnvoll, nachdem T1 gemacht wurde.

Im Beispiel beseitigt sie den partiell toten Code:



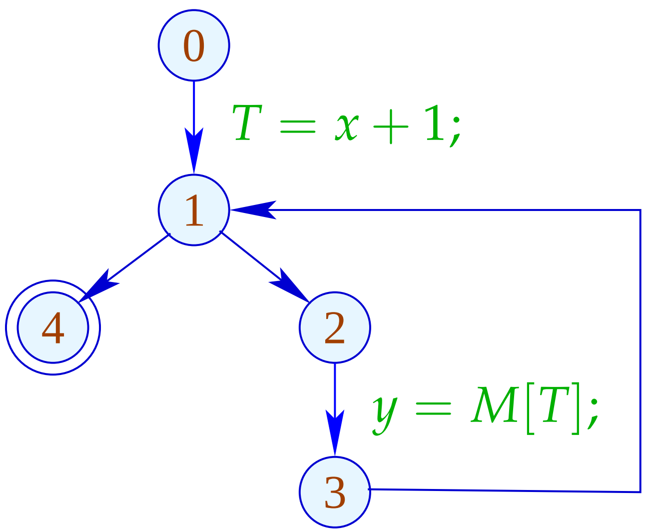
	$\mathcal{A}$
0	$\emptyset$
1	$\{x + 1\}$
2	$\{x + 1\}$
3	$\{x + 1\}$
4	$\{x + 1\}$

Fragen:

(1) Ist die Transformation korrekt ???

(1) Ist sie beweisbar nicht-verschlechternd ???

Beispiel:



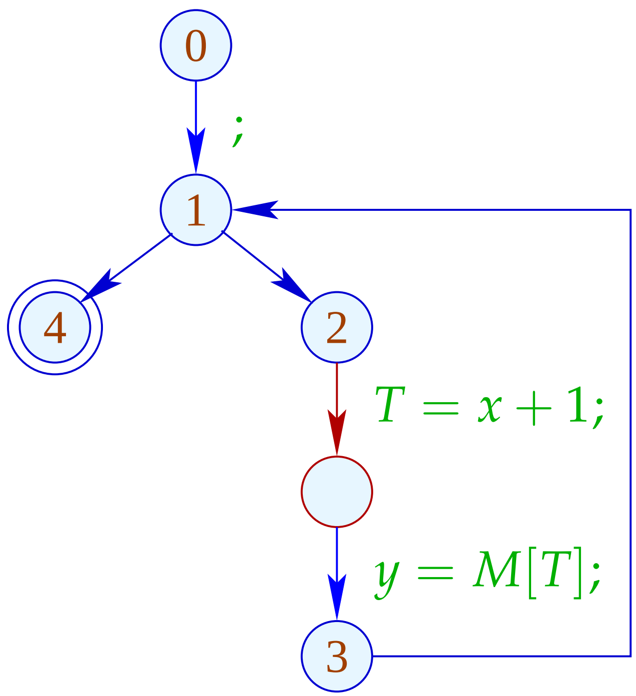
	$\mathcal{A}$
0	$\emptyset$
1	$\{x+1\}$
2	$\{x+1\}$
3	$\{x+1\}$
4	$\{x+1\}$

Fragen:

(1) Ist die Transformation korrekt ???

(1) Ist sie beweisbar nicht-verschlechternd ???

Beispiel:



	$\mathcal{A}$
0	$\emptyset$
1	$\{x + 1\}$
2	$\{x + 1\}$
3	$\{x + 1\}$
4	$\{x + 1\}$

Offenbar

... kann schleifen-invarianter Code entstehen ;-(

... kann Code dupliziert werden :-(

... kann eine Verschlechterung eintreten !!!

... kann diese Verschlechterung im Beispiel durch (Schleifen-Rotation und) PRE wieder beseitigt werden :-))

Immer?

Fazit:

- $\longrightarrow$ Das Design einer sinnvollen Optimierung ist nicht ganz einfach.
- $\longrightarrow$ Optimierungen, die ein Programm verbessern, können andere dramatisch verschlechtern :-(
- $\longrightarrow$ Manche Transformationen entfalten ihre Wirkung erst in Verbindung mit weiteren Optimierungen :-)
- $\longrightarrow$ Die Reihenfolge der angewandten Optimierungen ist entscheidend !!
- $\longrightarrow$ Manche Optimierungen können iteriert angewandt werden !!!

... eine sinnvolle Abfolge:

T5	Konstanten-Propagation Intervall-Analyse Alias-Analyse
T7	Schleifen-Rotation
T1	Hilfsvariablen für Ausdrücke
T2	verfügbare Ausdrücke
T4	Move-Optimierung
T3	tote Zuweisungen
T8	partiell toter Code
T6	partiell redundanter Code

2 Ersetzung teurer Berechnungen durch billigere

2.1 Reduction of Strength

(1) Polynom-Berechnung

$$f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot x + a_0$$

	Multiplikationen	Additionen
naiv	$\frac{1}{2}n(n+1)$	n
Wiederverwendung	$2n-1$	n
Horner-Schema	n	n

Idee:

$$f(x) = (\ldots((a_n \cdot x + a_{n-1}) \cdot x + a_{n-2}) \ldots) \cdot x + a_0$$

(2) Tabellierung eines Polynoms $f(x)$ vom Grad n :

$\longrightarrow$ Für jeden Wert $f(x)$ neu auszuwerten ist zu teuer :-)

$\longrightarrow$ Glücklicherweise sind die n-ten Differenzen konstant !!!

Beispiel: $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 4x + 13$

n	$f(n)$	Δ	Δ^2	Δ^3
0	13	2	8	$\boxed{18}$
1	15	10	$\boxed{26}$	
2	25	$\boxed{36}$		
3	$\boxed{61}$			
4	$\dots$			

Dabei ist die n-te Differenz stets

$$\Delta_h^n(f) = n! \cdot a_n \cdot h^n \qquad (h \text{ Schrittweite})$$

Kosten:

- n mal f auswerten;
- $\frac{1}{2} \cdot (n-1) \cdot n$ Subtraktionen, um die Δ^k zu berechnen;
- $2n-2$ Multiplikationen, um $\Delta_h^n(f)$ zu berechnen;
- n Additionen für jeden weiteren Wert :-)

$\Longrightarrow$

Anzahl der Multiplikationen hängt nur von n ab :-))

Einfacher Fall: $f(x) = a_1 \cdot x + a_0$

- ... kommt in vielen numerischen Schleifen vor :-)
- Die ersten Differenzen sind bereits konstant:

$$f(x+h) - f(x) = a_1 \cdot h$$

- Anstelle einer Folge: $y_i = f(x_0 + i \cdot h), \quad i \geq 0$

  berechnen wir: $y_0 = f(x_0), \quad \Delta = a_1 \cdot h$

  $y_i = y_{i-1} + \Delta, \quad i > 0$

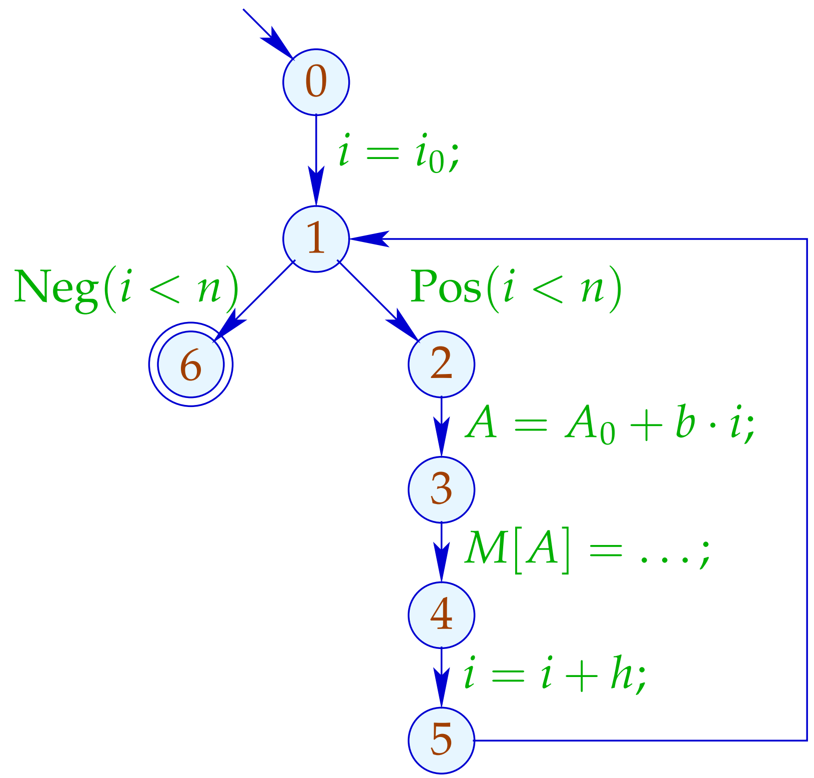
Beispiel:

$$\mathsf{for}\ (i = i_0; i < n; i = i + h)\ \{$$

$$A = A_0 + b \cdot i;$$

$$M[A] = \ldots;$$

$$\}$$



... bzw. nach Schleifen-Rotation:

$i = i_0;$

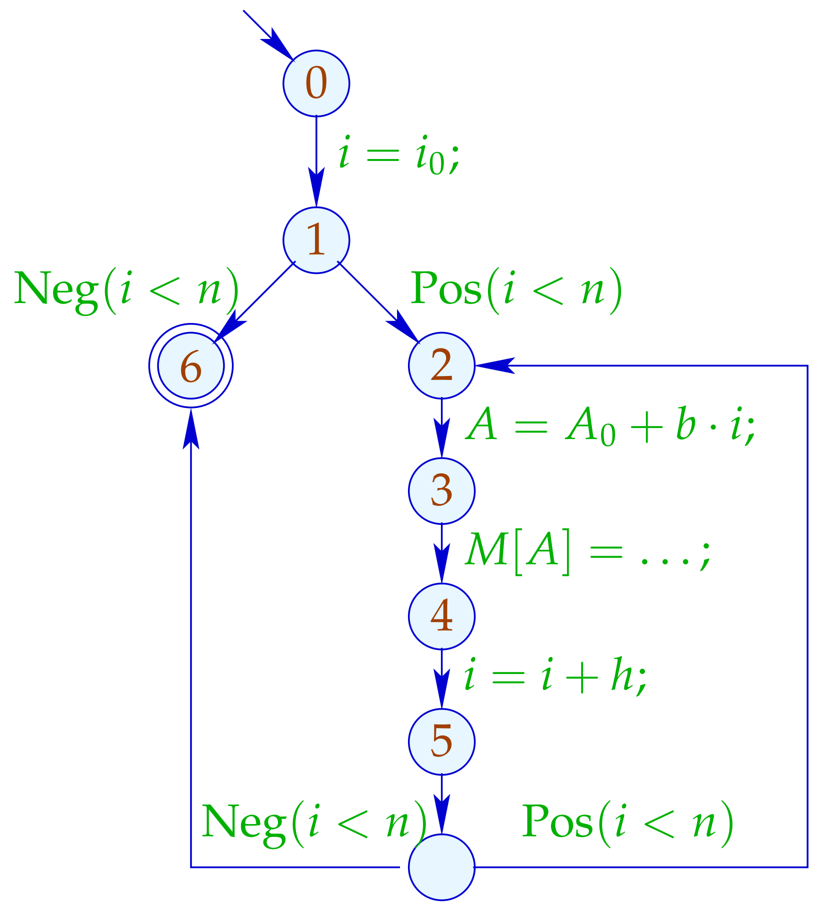
if $(i < n)$ do $\{$

$A = A_0 + b \cdot i;$

$M[A] = \ldots;$

$i = i + h;$

$\}$ while $(i < n);$



... und Reduktion der Stärke:

$i = i_0;$

if $(i < n)$ $\{$

$\quad \Delta = b \cdot h;$

$\quad A = A_0 + b \cdot i_0;$

$\quad$ do $\{$

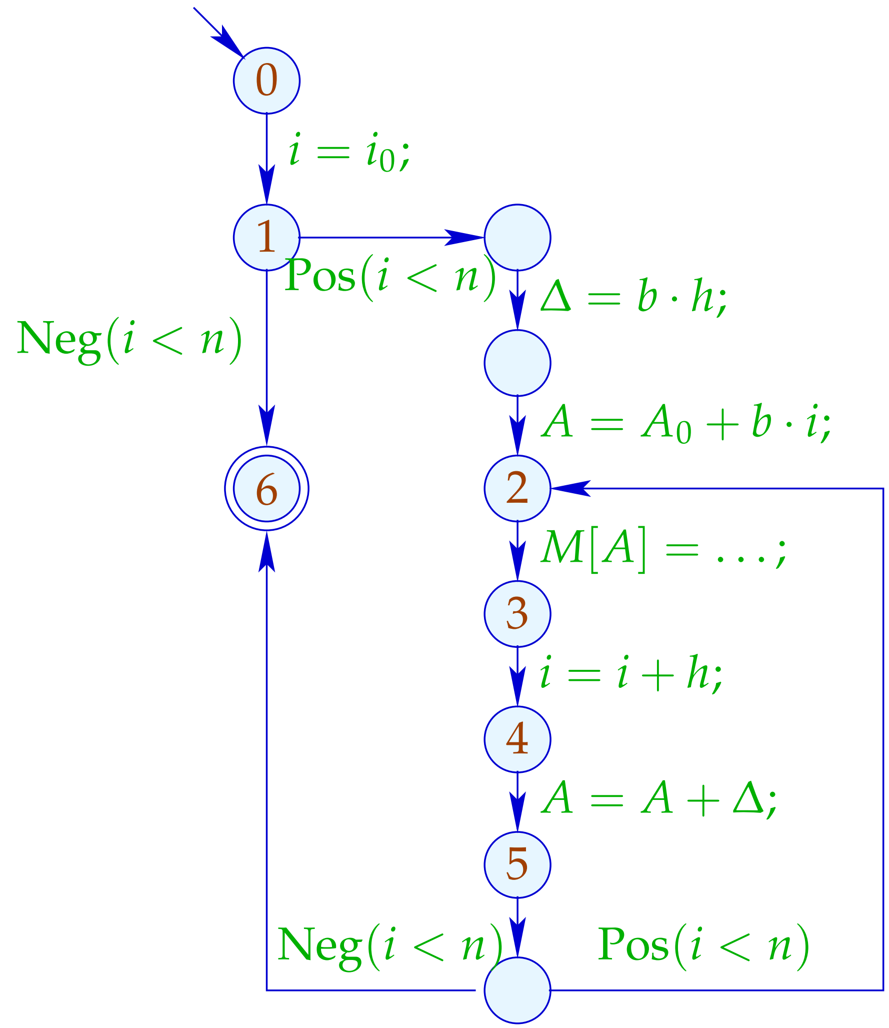
$\quad\quad M[A] = \ldots;$

$\quad\quad i = i + h;$

$\quad\quad A = A + \Delta;$

$\quad \}$ while $(i < n);$

$\}$



Achtung:

- Die Werte b, h, A_0 dürfen sich in der Schleife nicht ändern.
- i, A dürfen nur genau an einer Stelle in der Schleife modifiziert werden :-(
- Man könnte versuchen, die Variable i ganz einzusparen :

  $\longrightarrow$ i darf sonst nicht weiter benutzt werden.

  $\longrightarrow$ Man muss die Initialisierung transformieren in: $A = A_0 + b \cdot i_0$.

  $\longrightarrow$ Man muss die Schleifenbedingung $i < n$ transformieren in: $A < N$ für $N = A_0 + b \cdot n$.

  $\longrightarrow$ b muss ungleich Null sein !!!

Vorgehen:

Identifizieren von

... Schleifen;

... Iterations-Variablen;

... Konstanten;

... den richtigen Benutzungs-Strukturen.

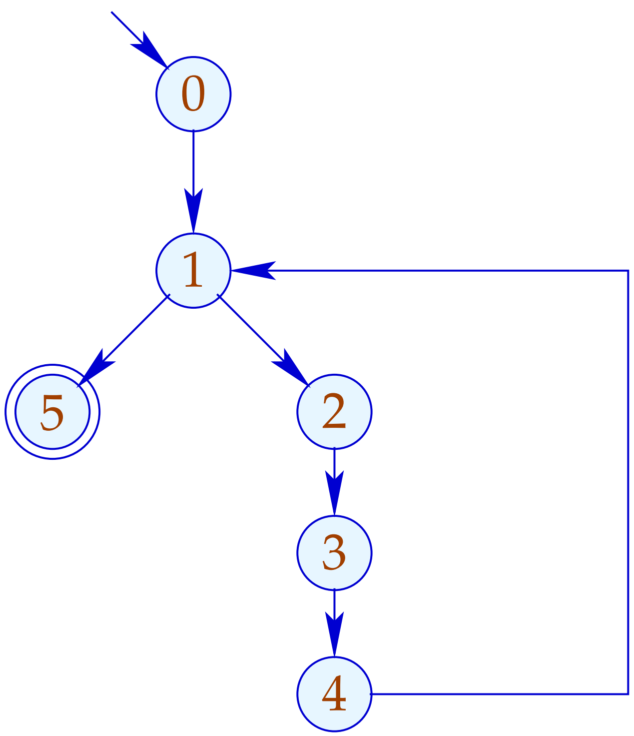
Schleifen:

... identifizieren wir durch einen Punkt v, zu dem ein Rücksprung $(\_, \_, v)$ existiert :-)

Für den Teilgraphen G_v des CFG auf $\{w \mid v \Rightarrow w\}$ definieren wir:

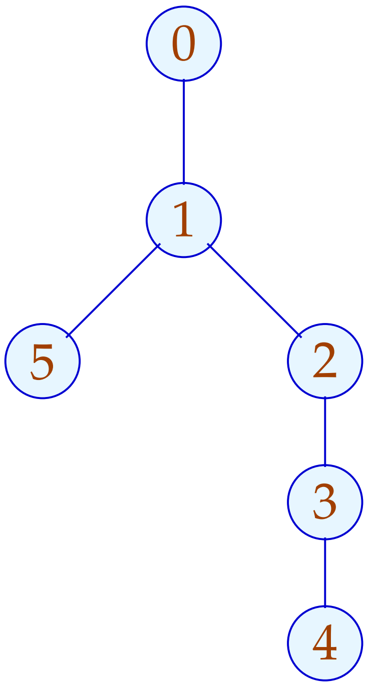
$$\mathsf{Loop}[v] \quad = \quad \{w \mid w \longrightarrow^{*} v \;\text{ in }\; G_v\}$$

Beispiel:



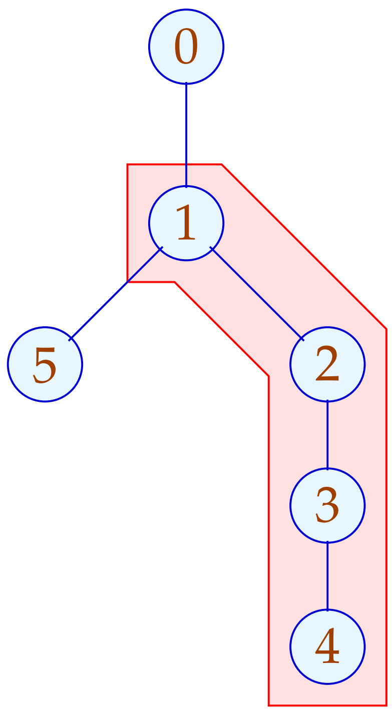
	$\mathcal{P}$
0	$\{0\}$
1	$\{0,1\}$
2	$\{0,1,2\}$
3	$\{0,1,2,3\}$
4	$\{0,1,2,3,4\}$
5	$\{0,1,5\}$

Beispiel:



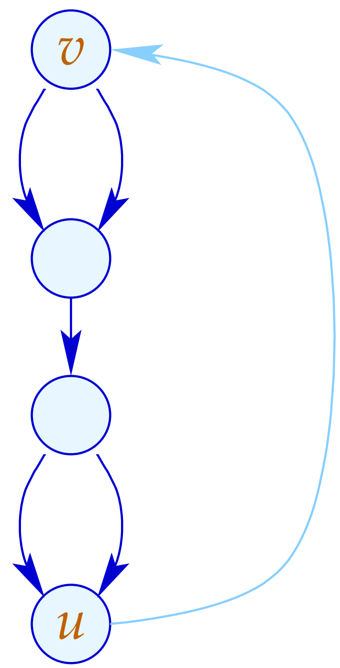
	$\mathcal{P}$
0	$\{0\}$
1	$\{0, 1\}$
2	$\{0, 1, 2\}$
3	$\{0, 1, 2, 3\}$
4	$\{0, 1, 2, 3, 4\}$
5	$\{0, 1, 5\}$

Beispiel:



	$\mathcal{P}$
0	$\{0\}$
1	$\{0,1\}$
2	$\{0,1,2\}$
3	$\{0,1,2,3\}$
4	$\{0,1,2,3,4\}$
5	$\{0,1,5\}$

Wir sind an Kanten interessiert, die pro Iteration exakt einmal ausgeführt werden:



Das ist graphentheoretisch nicht ganz leicht auszudrücken :-(

Man könnte solche Kanten k selektieren, dass:

- der Teilgraph $G = \mathsf{Loop}[v] \backslash \{(\_, \_, v)\}$ zusammenhängend ist;
- der Graph $G \backslash \{k\}$ in zwei unverbundene Teilgraphen zerfällt.

Man könnte solche Kanten k selektieren, dass:

- der Teilgraph $G = \mathsf{Loop}[v] \backslash \{(\_, \_, v)\}$ zusammenhängend ist;
- der Graph $G \backslash \{k\}$ in zwei unverbundene Teilgraphen zerfällt.

Auf der Source-Programm-Ebene ist das dagegen trivial:

$$\mathsf{do}\ \{\ s_1 \ldots s_k$$
$$\}\ \mathsf{while}\ (e);$$

Die gesuchten Zuweisungen müssen unter den s_i sein :-)

Iterationsvariable:

i heißt Iterationsvariable, wenn die einzige Definition von i in der Schleife an einer Kante erfolgt, die den Rumpf separiert, und von der Form:

$$i = i + h;$$

ist für eine Schleifen-Konstante h .

Eine Schleifen-Konstante ist einfach eine Konstante (z.B. 42) oder, etwas liberaler, ein Ausdruck, der nur von Variablen abhängt, die innerhalb der Schleife nicht modifiziert werden :-)